

费马大定理——怀尔斯的证明^{*}

清华大学教授 张贤科^{**}
(清华大学数学系, 北京 100084)

提要:三个多世纪的著名数学难题, 费马大定理, 已被普林斯顿大学的怀尔斯证明, 并已获大奖。震撼数学界的历史事件引起世界广泛热烈关注。本文浅要地介绍整个事件的情况与传奇历史, 获奖情况与各家评论及影响意义, 怀尔斯的生平和特点, 历尽曲折的八年证明中的故事, 也在最后介绍有关的现代数学知识和怀尔斯的证明思路, 并附较全的资料信息源。

历史大难题费马大定理的证明已被确认, 论文已在 1995 年发表^[1-2], 给出证明的数学家安德鲁·怀尔斯 (Andrew J. Wiles) 已获得沃尔夫奖等多项大奖。世界性的费马热向更深入的层次发展。许多地方纷纷举行有关的学术研讨班。本文将介绍最终的证明情况和获奖评论等情况, 并在最后适当解释一些数学。有关历史及 1995 年前情况可见文^[3]。

一、概述

费马大定理又称费马最后定理 (Fermat's Last Theorem), 是法国著名数学家费马在约 1637 年写下的一个猜想: 对于任意大于 2 的整数 n , 不可能有非零的整数 a, b, c 满足 $a^n + b^n = c^n$ 。这是他写在古希腊数学家丢番图的名著《算术》的页边上的。猜想提出后二百年间, 只解决了 $n = 3, 4, 5, 7$ 这四种情形。在约 1847 年, 库木尔 (事实上) 创立了代数数论, 可以发展出对于许多 n 的证明。但经 350 多年无数人的努力, 直到 1993 年终不能完全证明。

此次的转机始于 1985—86 年。福雷 (G. Frey) 1985 年断言, 谷山丰 (Taniyama) 猜想 (即椭圆曲线都是模的) 包含费马大定理。1986 年夏, 瑞拜特 (K. Ribet) 用塞尔 (Serre) 的设想证明了福雷的断言。因此从 1986 年起, 要想证明费马大定理就只要证明谷山丰猜想即可。当时普遍认为谷山丰猜想的证明远非可及。但是怀尔斯闻此后立即研究, 潜心七年, 终于在 1993 年 6 月 23 日在英国剑桥大学, 宣

布证明了谷山丰猜想的一大部分, 从而证明了费马大定理。这立刻震动了世界。一片节日欢庆。但数月后, 此证明被发现漏洞。怀尔斯能否修复漏洞最终完成证明, 世界注目, 历史走到了一个关键时刻。

这里的数学关系其实可简述成这样 (即反证法): 先假设费马大定理不正确, 即 $a^n + b^n = c^n$ 对某三个整数 a, b, c 成立, 那么福雷建议考虑方程 $y^2 = x(x+a^n)(x-b^n)$ 所表示的曲线 E (这是一条半稳椭圆曲线)。瑞拜特证明了 E 不是模的; 怀尔斯 (宣布) 证明了 E 是模的; 这就导致了矛盾。矛盾说明原来的假设不对, 即得费马大定理正确。

怀尔斯在宣布的证明被发现漏洞后, 困境中竭神殚思。后来他放弃了难以修复的欧拉系统法, 重新研究自己曾用过的环论老方法。终于在 1994 年 9 月 19 日, 突然得到神奇的启示, 最终完成了历史性长篇小说“模椭圆曲线和费马大定理” (即文^[1], 以下称怀文), 并与他的学生泰勒 (K. Taylor) 核对了支持此文的一些工作的细节, 写成短文“某些亥克代数的环论性质” (即文^[2], 以下简称怀泰文)。二文于 1995 年发表在《数学年刊》(普林斯顿大学协办) 第 142 卷, 整整占满了全卷。怀尔斯的论文迅速得到国际数学界的承认, 并连续获得沃尔夫奖 (1996 年 3 月) 和美国国家科学院奖 (1996 年 6 月)。

怀尔斯最后发表的论文 (怀文) 与他 1994 年 10 月的预印本 (见文^[3] 中介绍) 内容几乎完全相同, 但引言部分已全然重写, 详细地说明了他的研究历程, 也简介了主要数学结果。从此引言中可以看出, 怀尔斯本人确是当之无愧的费

* 国家自然科学基金资助。

** 张贤科 (ZHANG Xianke, 1944. 2. 29 ~) 清华大学教授和博导, 国际理论物理中心 (UNESCO) 研究员。长期兼美、德《数学评论》评论员。获“国家自然科学基金”, “中国科学院科技进步奖”, “做出突出贡献的中国博士”等。在中国科学技术大学毕业并较久工作。赴美、欧几国多次做研究工作和开会及作报告。长期在代数数论等现代数学领域研究和教学。在国内外发表五十多篇论文于《中国科学》, 《美国数学学会会刊》, 美国《数学杂志》等。许多结果远远超过国外新近成果; 彻底解决了国际上多年研究未能最终解决的一些问题; 指出并改正了著名数学家的严重错误。国外引用很多, 国际权威数学家评论他“居当今中国的领导数论学家之列”。

尔马大定理的唯一证明人。这澄清了前些时少数人的猜疑。怀文共 109 页，五章。在标题下首先引述了费尔马当年作出猜想的那段名言原文，接着是 11 页引言。

据怀尔斯在引言中说，达尔蒙 (H. Darmon) 在 1994 年 2 月鼓励他解释原来的环论老方法，使他无意间调整了思路。1994 年春，怀尔斯与泰勒一起尝试用 $p=2$ 挽救欧拉系统法，到八月底陷入绝境。九月“当泰勒仍然不相信欧拉系统法无可挽回的时候”，怀尔斯决定再最后看一眼老想法，突然在 94 年 9 月 19 日找到了迷失的钥匙，然后他将此论述告知泰勒，二人核实细节。

引言最后写道：“很高兴感谢剑桥会议后仔细阅读此文部分早期草稿的人，特别是卡茨 (N. Katz)，他耐心地回答了我欧拉系统工作过程中的许多问题，并与伊录西 (Illusie) 一起审读了该欧拉系统论证。他们的提问引导我发现了问题的所在。卡茨也审听了我在 1993 年秋的首次改正尝试。我也很感谢泰勒，为了他在深入地分析欧拉系统论证中的帮助。我很感激戴蒙德 (F. Diamond)，为了他在准备此文最后定稿时的慷慨帮助。除了他的许多珍贵建议外，其他一些人也作了很有帮助的评论和建议，特别是康莱德、得·沙利特、伐尔廷斯、瑞拜特、茹宾、斯肯纳和泰勒。最后我极其感谢达尔蒙，为了他对于重新考虑我的老论证的鼓励。虽然我当时并未注意他的劝告，但它当然留下了它的印迹。”

二、获奖和评论

1995—96 年度数学沃尔夫 (Wolf) 奖由怀尔斯和朗兰兹 (Robert P. Langlands) 分享，于 1996 年 3 月 24 日在耶路撒冷由以色列总统魏兹曼颁发，奖金十万美元。

沃尔夫基金会称，怀尔斯得奖是“由于对数论及相关领域的壮观贡献，由于在若干基本猜想上得到的巨大进展，由于解决了费尔马大定理”。美国数学会的报道说，怀尔斯引入深刻的奇异的方法，对于数论中一些长期未决的基本问题的解决作出了巨大的贡献。例如，BSD 猜想，伊瓦萨瓦 (Iwasawa) 理论主猜想，和谷山丰—志村五郎 (Taniyama—Shimura) 猜想。他的工作的顶峰是对令人称颂的费尔马大定理的证明，此定理塑造了过去两个世纪大多数论的形态。朗兰兹是 60 岁的著名数学家，他的“郎兰兹猜想”影响深远，博大精深。

沃尔夫数学奖的历届得主都是极负盛名的数学家，如盖尔丰德、西格尔、韦伊、嘉当、陈省身、小平邦彦等。该奖是国际上极有影响的大奖，由沃尔夫捐款在 1978 年设立。也有化学、医药、农业和艺术奖。(沃尔夫原居德国，一战前移居古巴，1961 年起任古巴驻以色列大使，后留居以色列)。

怀尔斯获美国“国家科学院奖”，被宣布是奖励“他对费尔马大定理的证明，这是他发明了一种漂亮的战略，证明了志村五郎—谷山丰猜想的一大部分才完成的，也是奖励他在追求自己的思想实现的过程中所表现出的勇气和技巧力量”。此奖是在 1988 年为纪念美国数学会一百周年设立的，

奖金五千美元，奖给近十年内发表的杰出数学研究。以前的得主是朗兰兹 (1989) 和麦克费尔逊 (1993)。

美国数学会在上述得奖报道中，刊登了怀尔斯过去的导师剑桥大学的寇茨 (J. Coates) 的评论文章。文章说：怀尔斯在牛津大学毕业后，于 1974—75 学年度到剑桥。“他的天才很快被斯文诺尔敦—戴尔 (Swinerton—Dyer) 注意到。他因管理剑桥大学太忙，不能作怀尔斯的研究生导师，对这我很高兴。结果当怀尔斯 1975 年夏开始科研时，我非常幸运地得以能指导他的数学研究第一步”。“我们最后得以证明平行于伊瓦萨瓦的结果”，证明了 BSD 猜想的秩零特殊情况。”“我很快认识到他具有两个显著的数学禀赋，我相信这在他以后的全部数学生涯中都起了关键的作用。第一，他优先于一切地要去证明困难的具体定理，而不愿去作优美的无所不包的猜想。第二，他有惊人的能力去吸收大量的极高深、极抽象的机制，并在脚踏实地的问题中贯彻直到得出巨大的成果”。到 80 年代中期，怀尔斯“对于伊瓦撒瓦理论主猜想和关于希尔伯特模形式的伽罗华表示的研究贡献，已经使他成为过去 150 年以来对代数数论作出渊深贡献的极少数优秀数学家之一。但是，正象我们现在所知道的，他并没有躺在这些桂冠上休息，而从 1986 年夏他又一直默默地工作着，朝向一个更伟大的目标。”“过去 35 年的代数数论和算术代数几何，大多被猜想所统治，而少有肯定的定理。这并不是要贬毁期间证明的许多优美的定理，只是要指出太常有的情况：面对着那些大叠大排的猜想，这些肯定的结果显得太拘谨，而那些猜想的证明要留作代数数论的长期目标（例如，椭圆曲线的 BSD 猜想，或者阿廷关于他的非阿贝尔 L—函数的全纯猜想）。安德鲁·怀尔斯的工作是对这种研究模式的绝妙解毒剂，也是我们时代的最响亮的警示：我们是能够期望最终解开数论中那些最深奥的神秘的。”

三、怀尔斯的生平

怀尔斯 1953 年 4 月 11 日生于英国剑桥。(所以他 1993 年 6 月宣布证明时，刚过四十岁生日两个多月。)1971 年入牛津大学莫顿 (Merton) 学院学习，1974 年获该校学士学位。同年入剑桥大学柯雷尔 (Clare) 学院学习，1980 年获该校博士学位。1977 年至 1980 年，是柯雷尔学院的“青年研究会员”和哈佛大学的“本杰明·裴尔斯助教授”。1981 年是波恩的“理论数学专门研究院”访问教授，此年稍后，为美国普林斯顿的“高等研究所”研究员。1982 年成为普林斯顿大学教授，该年春是奥赛的巴黎大学访问教授。作为古根海特别研究员，他 1985—86 年是科学高级研究所 (IHES) 和高级师范学校 (ENS) 的访问教授。1988 至 1990 年，是牛津大学皇家学会研究教授。1994 年，他取得现在的普林斯顿大学欧根·黑金斯数学教授职位。怀尔斯于 1989 年被选为在伦敦的皇家学会研究员。1995 年获瑞典皇家科学院的数学韶克奖。同年获费尔马奖，由保罗萨巴提尔大学和马特拉马克尼空间颁发。1996 年获沃尔夫奖和美国国家科学院奖。

四、最后证明中的故事

以下简介怀尔斯的证明历程(参见文[1]引言)。简单地说,怀尔斯是通过各种伽罗华群的表示来研究椭圆曲线的:由“模3表示 ρ_0 是模的”出发,证明“其适当提升 ρ_E 是模的”,从而证出椭圆曲线是模的。

1986年晚夏,怀尔斯闻知瑞拜特的工作后立刻动手。一连几年他都工作于伊瓦萨瓦(Iwasawa)关于全实域的猜想及其应用。使用和发展了希尔波特模形式的 p -进表示。研究2-进表示数月后,他得到第一个突破,认识到应代之而研究3-进表示 ρ_E ,这样一开始就可以借助于朗兰兹-塔奈尔(Tunnel)定理而知模 ρ_0 表示 ρ_0 是模的。再尝试归纳证明模3 ρ_E 表示是模的,这迅速引导至 F_∞ 的伽罗华群的1和2阶上调群的研究,及与数域的相应上调群比较。他发展伊瓦萨瓦的 Z_p -扩张的理论到基于素数无限系列 $q_i \equiv 1 \pmod{p^{n_i}}$ 。

在80年代末,他转到环论语言。迈组尔(Mazur)在研究海达(Hida)的伽罗华表示族时,意识到他引入的万有变形环应当来自亥克(Hecke)环,这个关键的猜想加强了原先的猜测:一个模表示的所有普通提升都应是模的。怀尔斯意识到他需要亥克环是完全交这一很强条件,需要知道伊瓦萨瓦不同域的亥克环间的确切关系。

对这点也是对全部证明的转折点是在1991年春。他由提楼因(T. Tilouine)1988年的论文悟知,两个不变量 η 和 P/P^2 在现情形下是相等的,而这一相等构成了高壬斯坦环(从而亥克环)为完全交的判则(见怀文附录)。这对于主要问题的冲击是巨大的。首先,由此可检验亥克环与变形环的关系,引至证明:只要限制分歧提升是模的则所有提升都是模的(第二章第三节),这是曾经长期尝试未能成功的。其次,主要问题可转化为伊瓦萨瓦理论中为人熟知的某种类数问题(第四章)。再者,这意味着可首次证明无限多椭圆曲线(类)是模的。最后,这意味着可集中注意力于最小基准(level)情形。在由伊瓦萨瓦理论的种类数问题攻击主要问题时,怀尔斯引入辅助素数 $q \equiv -1 \pmod{p}$,用以取代基域的改变。主要困难是不知如何估计 P/P^2 -不变量跟随的改变。不过只要知道最小亥克环是完全交,此法确能给出广义类群(即常说的塞莫(Selmer)群)的正确上界。他“搜寻钥匙而未能成功”。

到了1991年8月,怀尔斯看到夫拉克(Flach)刚刚作出的新构造,并迅速相信此方法的推广将比他原来的环论方法更为有效。夫拉克的方法似是向构造一个欧拉系统的第一步,如果成功将给出塞莫群大小的确切上界。至1992年秋,怀尔斯相信他已完成了这些。他开始转向余下的情况,即模3表示 ρ_0 可约的情况。数月之中只是试图简单重复变形环和亥克环的方法。出乎意料在1993年5月,在读到迈组尔模曲线扭曲形一文时,怀尔斯得到关键的令人吃惊的突破:他发现了用有共同5-表示的椭圆曲线族的方法(见怀文第五章)。此时他相信全部证明已经完成,便在6月21-23日在

英国剑桥作了三次报告,概述了这个理论。但是到1993年秋,怀尔斯已经逐渐明白,用于推广夫拉克方法的欧拉系统的构造是不完全的,可能有瑕疵。

达尔蒙在1994年2月鼓励怀尔斯解释他原来的归结到完全交性的推理。当在普林斯顿作此报告的时候,怀尔斯几乎是无意识地确是关键性地转向现第三章使用的特殊辅助素数。此前他一直对1991年弃置一边的原来的方法未作任何考虑,因为它仍然相信欧拉系统的途径是正确的。另一方面,从1994年1月起泰勒加入到怀尔斯一起试图修复欧拉系统。到1994年春,由于在修复欧拉系统法中受挫,怀尔斯开始与泰勒一起试图设计新的用 $p=2$ 的方法。用 $p=2$ 的试图到八月底陷入绝境。“当泰勒仍然不相信欧拉系统法无可挽回的时候,我在九月决定再最后看一眼我的推广夫拉克的想法,至少若能更明显地廓清障碍也好。在做此事时,我突然之间得到神奇的启示:我在1994年9月19日的思维闪电中看到,沙利特的理论若被推广,可与对偶性一起用于在适当辅助水平上,把亥克环粘合成幂级数环。我已经意外地找到了开通我那老的废弃途径的迷失的钥匙。是一个古老的想法使我达成极限过程:取 $q_i \equiv 1 \pmod{p^{n_i}}$,且 i 和 n_i 趋于无限。第三章的转向特殊素数使这一切成为可能。

“在我将此论述告知泰勒后,我们在接下来的几天里核实细节。全部论述,连同归结到完全交性的推导,写入文[2]。

“总而言之,整个证明的关键突破在1991年春,即意识到附录中引入的那两种不变量可被用于联系变形环和亥克环。事实上, η -不变量可被用于计算伽罗华表示个数。而在1993年6月宣布之后的那最后一步,虽然是难以捕捉的,却只不过是一个长进程的结果,进程的目的是在环论的框架内把基于伊瓦萨瓦理论的方法换为基于使用辅助素数的方法。

“有一个改进我未写入论文,它也许可用于简化第二章的部分内容,就是棱斯殊阿注意到判断高壬斯坦环为完全交的判则可被推广到更一般的有限且 Z_p -自由的环。伐尔廷斯指出的一个改进也未写入,可简化第三章和文[2]的论证,不过这在文[2]附录中有解释。”

全文的目录如下:

- 第一章 1. 伽罗华表示的变形, 2. 上调群的计算, 3. $GL_2(k)$ 的子群结果
- 第二章 1. 高壬斯坦性质, 2. 亥克环间的同余, 3. 主猜想
- 第三章 塞莫群的估计
- 第四章 1. 普通CM情形, 2. η 的计算
- 第五章 到椭圆曲线的应用
- 附录

五、简介有关数学

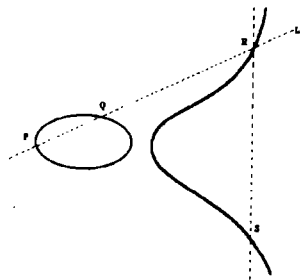
怀尔斯的论证属于代数数论与算术代数几何理论,主要用到有理数域上的椭圆曲线等理论。简单地说,椭圆曲线就

是形如以下(方程的解构成)的曲线:

$$y^2 = x(x-3)(x+32),$$

$$y^2 + y = x^3 - x^2,$$

亦即系数是有理数的三次方程表示的曲线(要求非奇异即处处有切线,总可化为无 y^3 , xy^2 和 x^2y 项)。无穷远点 O (即 x 和 y 都无穷大)也被认为在曲线上。一条椭圆曲线 E 上的实数点(即 x, y 都是实数的点 (x, y))全体 $E(\mathbb{R})$ 构成形如以下的图形:



而 E 上的复数点全体 $E(\mathbb{C})$ 形成一个环面,即轮胎。通常感兴趣的是 E 上有理点全体 $E(\mathbb{Q})$ 。

椭圆曲线的引人之处在于,它的点之间可以定义加法,点全体构成一个加法群:任给上述 E 上两点 P 和 Q ,过此两点作直线 L ,必交 E 于第三点 R ,再过 R 和无穷远点 O 作直线交 E 于 S ,则 P 加 Q 的和定义为 $P+Q=S$ 。当 $P=Q$ 两点重合时, L 为 E 的切线。这一加法的定义称为弦切律。无穷远点 O 是加法的零元。 $E(\mathbb{C})$, $E(\mathbb{R})$, 和 $E(\mathbb{Q})$ 都是群。

解方程时,常常先“不计 p 的整数倍”,这里 p 是一个固定素数。这在数论中称为模 p 约化。 E 的模 p 约化后的整数点(即方程“不计 p 的整数倍”的整数解)全体记为 $E(\mathbb{F}_p)$,其点的个数记为 $\#E(\mathbb{F}_p)$ 。记

$$a_p = p + 1 - \#E(\mathbb{F}_p)$$

对于椭圆曲线 $y^2 + y = x^3 - x^2$,数 a_p 有非常好的性质,即 a_p 恰为下述幂级数的系数 c_p (对11以外的所有素数 p):

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n q^n = q \prod_{n=1}^{\infty} (1-q^n)^2 (1-q^{11n})^2$$

这里级数 $\sum c_n e^{2\pi i n \tau}$ 是一个模形式(即 $SL(2, \mathbb{Z})$ 的同余子群 $\Gamma_0(11)$ 上的权为2的尖点形式)。数 a_p 有如此好性质的椭圆曲线称为模椭圆曲线。也就是说,称 E 是模椭圆曲线(简称 E 是模的)意味着:存在某同余子群的权为2的尖点形式 $f = \sum c_n e^{2\pi i n \tau}$ 使得 $a_p = c_p$ 对几乎所有的素数 p 成立(使模 p 约化后曲线奇异的个别“坏” p 除外)。不过要注意 f 一般不一定要有上述形式的无穷乘积。

著名的谷山丰—志村五郎(Taniyama—Shimura)猜想为:有理域上的所有椭圆曲线都是模的。此猜想源于他们1950—60年代的工作。但它变得著名是因威耳(A. Weil)在1967年的论文中发表(是作为留给有兴趣读者的一个习题!)。威耳也指出了此猜想的合理性。在怀尔斯此工作之前,人们仅知道此猜想对有限多椭圆曲线(类)成立。例如志村

五郎在1971年证明有复乘法的椭圆曲线都是模的。也还有别的方法刻画一条 E 是模的,如“ E 可被模曲线有限覆盖”。

由于瑞拜特的工作,怀尔斯只要证明部分(半稳定的)椭圆曲线是模的。他是通过相应的伽罗华表示的模的性质来研究的。他首先考虑 $p=3$ 。以 $E[3]$ 记椭圆曲线 E 的3-分点(复数点)全体,即 $E[3] = \{P \in E(\mathbb{C}) : P+P+P=O\}$ 。由于环面 $E(\mathbb{C})$ 等同于平行四边形(对边视为同一),可知 $E[3]$ 是两个三阶循环群的直积,亦即 $E[3] = \mathbb{F}_3^2$,是三元域 $\mathbb{F}_3$ 上二维空间。复数域 $\mathbb{C}$ 的每个自同构(即伽罗华群 G 作用到点的坐标上)都是 $E[3]$ 的线形变换,从而可表示为 $\mathbb{F}_3$ 上的二阶方阵(即有群 G 到 $GL(2, \mathbb{F}_3)$ 的表示 ρ_0)。选取3是很关键的,因为此时有很强的朗兰兹—姆奈尔定理,说明 $E[3]$ (或说 ρ_0)是模的,即 $a_p \equiv c_p \pmod{3}$ 对某 $f = \sum c_n e^{2\pi i n \tau}$ 成立(对除3外的所有素数 p)。(这里先设 $E[3]$ (或说 ρ_0)不可约。对于 ρ_0 可约的情形,怀尔斯巧妙地另用 $p=5$ 迂回地得到结果。)

怀尔斯的想法是设法把 $E[3]$ 的模性“传染”给 E 。如果不但考虑3-分点,而且考虑 3^n -分点,其全体记为 $E[3^n]$ 。当 n 趋于无穷时取直接极限,就得到 G 的3-进表示 $\rho_E: G \rightarrow GL(2, \mathbb{Z}_3)$ (ρ_E 称为 ρ_0 的提升)。而 E 是模的当且仅当 ρ_E 是模的。由 $E[3]$ 的模性可知,还有另一个来自相应模形式 f 的提升 $\rho_f: G \rightarrow GL(2, \mathbb{Z}_3)$ 。 ρ_0 的提升均称为变形。迈组尔猜想断言,有适当局部性质的所有变形(提升)都是模的。怀尔斯用交换代数把迈组尔猜想归结为一个“计数”问题,即一个“基本”不等式:

提升的个数 $\leq$ 同余于 f 的模形式个数。

此式的左边计数可化为对塞莫群,是 G 的一个一阶上调群的子群。右边,由海达的工作,可联系到 f 产生的对称平方 L -函数在2点的值的代数部分。上述基本不等式非常象数年前布劳克和凯透猜想的一个很广泛的等式。

怀尔斯最终证明了他的最主要结果:有理域上的半稳椭圆曲线都是模的。从而得出费尔马大定理。他还指出,他的方法看来也很适合证明,所有的有理域上的椭圆曲线都是模的,并能推广到其他全实数域。

六、结语

费尔马大定理,历经三个多世纪,世界多少代人为之苦苦追求,最终被解决了,意义重大,引起了世界各阶层的广泛兴趣和思考。他不但在科学上说明了现代数学的强大威力和惊人进步,说明了现代高度抽象的数学思维的实在性和真理性,开辟了新的数学研究天地和研究方法;也引起人们哲学上的思考,人类的智慧是没有界限的,世界的规律是可以认识的,计算机等机器能力的巨大发展根本上不是取代人的思维。正象在历史上每一次科学进步时一样,这里需要,我们也看到了,百折不挠探索科学真理的精神和勇气。历史就是这样前进的。在我国亟待振兴科学以科教兴国的今天,智慧的中华民族定会有更多的有志人才献身科学事业,攀登科

学顶峰。

以下是世界部分反映评价和信息文献。

1. BBC 新视野节目“费尔马大定理”将于 1997 年在美国 PBS 播放。此节目曾于 1996 年 1 月在英国播放。可访问“<http://www.bbc.co.uk/horizon/95-6/960115.html>”。

2. 部分专为费尔马大定理而设的 web 网址：

“<http://www.ams.org/mathweb/mi-mathbytopic.html#fermat>”；

“<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Fermat's-last-theorem.html>”；

“<http://ix.urz.uni-heidelberg.de/~hb3/fermat.html>”；

“<http://www.yahoo.com/Science/Mathematics/Problems/Fermat-s-Last-Theorem/>”；

3. 1993 年 10 月数学科学研究所 (Math. Sciences Research Institute, USA) 举行“Fermat 节 (Fest)”，1000 人参加，含讲演和一流数论学家的讨论。在 MSRI 和 AMS 有录象带，可访问：

“<http://www.msri.org/sched/Fermat.Html>”。

4. 以下是按时间顺序的报道与评论。

(1) 1993 年 6 月 24 日纽约时报报道“世代数学古谜：最后欢呼‘发现了’”(“At Last, Shout of ‘Eureka!’ in Age-Old Math Mystery,” by G. Kolata, New York Times)。

(2) 25 日“ $a^n+b^n=c^n$ ，费尔马大定理解决了？”(by J-F. Augereau, Le Monde)。

(3) 25 日“350 年后，数学迷怪降伏”(by G. Kolata, International Herald Tribune)。

(4) 29 日“数学天才战胜 350 年老难题”(by G. Kolata, New York Times)。

(5) 7 月 2 日“费尔马大定理最终顺服”(by B. Cipra, Science)。

(6) 7 月 3 日“通向费尔马大定理的崎岖之径”(by I. Peterson, Science News)。

(7) 7 月 5 日“费尔马大定理完成”(by M. Lemonick, Time)。

(8) 7 月 7 日“ $a^n+b^n=c^n$ ：普林斯顿教授看来证明了费尔马大定理”(By K. McDonald, Chronicle of Higher Education)。

(9) 7—8 月“怀尔斯证明谷山丰猜想；费尔马大定理紧随”(K. Ribet, Notices of the AMS)。

(10) 9—10 月“页边容不下：费尔马的大定理证明归于怀尔斯”(P. Brown, The Sciences)。

(11) 94 年 3 月“费尔马大定理证明现状：漏洞出现但专家们高度评价怀尔斯的成就”(by A. Jackson, Notices of the AMS)。

(12) 94 年 3—4 月“费尔马大定理与现代数论”(B. Hayes & K. Ribet, American Scientist)。

(13) 95 年 5 月 26 日“普林斯顿数学家重思费尔马大定理证明”，(by B. Cipra, Science)。

参考文献

[1] Andrew Wiles. Modular elliptic Curves and Fermat's Last Theorem. Annals of Mathematics, 1995, 142: 443—551.

[2] Richard Taylor and Andrew Wiles. Ring-theoretic properties of certain Hecke algebras. Annals of Mathematics, 1995, 142: 553—572.

[3] 张贤科. 费尔马大定理最新进展. 世界科技研究与发展, 1995, 17(4): 26—27.

Fermat's Last Theorem — Wiles' Last Proofs

Professor & Reg. Asso. Member of International Centre of Theo. Phys ZHANG Xianke
(Department of Mathematics, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract Fermat's Last Theorem, one of the great unsolved problems in Mathematics for three hundred and fifty years, has recently been proved by Professor Andrew Wiles of Princeton University. Shocking the mathematical circles, it also arouses far-flung and fervency interest all over the world. Here briefly the whole event and history, prizes and comments, vitae and traits of Wiles, stories in the last 8-year proof, and, at the end, some related modern mathematics and the approach of Wiles are sketched. Reference resources are also given.

(责任编辑:许蓉)