

谁能摘取数学皇冠上的明珠

——透视哥德巴赫猜想研究热潮

文/本刊记者 楚戈

24年前,著名报告文学作家徐迟先生在《人民文学》杂志上发表了题为《哥德巴赫猜想》的报告文学。这篇报告文学和其它篇目,被誉为新时期即将到来的科学春天的“报春花”和拨动亿万人民心弦的“科学诗篇”。从此陈景润这个灿若星辰的名字闻名天下!他一生呕心沥血地研究哥德巴赫猜想,证明了 $(1+2)$,一举奠定了领先于世界研究哥德巴赫猜想证明的地位。

许多人都知道,著名数学家陈景润是全球那颗数学皇冠上的明珠最近的一个人,然而这位举世公认的大数学家于1996年3月因积劳成疾带着他那摘取数学皇冠上的明珠之梦、带着他那一生的未竟之旅的遗憾像浩瀚宇宙中的一块巨星陨落了。据中国科学院院士、中国数学研究所研究员王元先生说,自徐迟发表《哥德巴赫猜想》那篇脍炙人口的报告文学名篇后的24年来,哥德巴赫猜想没有什么新的进展,还停留在陈景润的那个 $(1+2)$ 的水平上。陈景润从未去证明 $(1+1)$,甚至都没想过自己能证明 $(1+1)$,目前中国数论界没有一个人企图证明哥德巴赫猜想!王元先生甚至提醒人们:骑着自行车蹬不上月球!然而,“数学皇冠上的明珠”太诱人



1978年,陈景润(前排左一)在第一次全国科学大会期间与徐迟(前排右一)等作家合影

了,太光彩照人了,据说全国有1万多名数学爱好者痴迷地汇集到哥德巴赫猜想研究的洪流中去了。

哥德巴赫猜想研究史话

举世瞩目的哥德巴赫猜想是一个很神奇的数学问题。1742年,德国数学家哥德巴赫给欧拉写信,提出了:每个不小于6的偶数都是二个素数之和。例如, $6=3+3$,又如, $24=11+13$ 等等。有人对一个一个的偶数都进行了这样的验算,一直验算到了三亿三千万之数,都表明这是对的。但是更大的数目呢?猜想起来也应该是对的。猜想应当证明。要证明它却很难。200多年以来,就是这道连小学生都能理解的题却难倒了天下无数数学家。在1912年召开的第五届国际数学会上,朗道说过:证明哥德巴赫猜想是现代数学力所不能及的,1921年,哈代在哥本哈

根召开的数学会上说:哥德巴赫猜想的困难程度可以和任何没有解决的数学问题相比。到了20世纪的20年代,这个问题才开始有点儿进展。

本世纪20年代,挪威数学家布朗用一种古老的数学方法“筛法”证明了每一个大偶数可分解为一个不超过9个素数之积与一个不超过9个素数之积的

和(简称为 $9+9$)。从此,世界各国的数学家纷纷采用“筛法”去研究哥德巴赫猜想。1924年,德国的数学家拉德马哈尔证明了 $(7+7)$;1932年,德国的数学家爱斯斯尔曼证明了 $(6+6)$;1938年,前苏联数学家布赫斯塔勃证明了 $(5+5)$;1940年,他又证明了 $(4+4)$;1956年,前苏联数学家维诺格拉夫证明了 $(3+3)$;1958年我国数学家王元证明了 $(2+3)$;1962年我国数学家潘承洞证明了 $(1+5)$;同年潘承洞又证明了 $(1+4)$;1965年,布赫斯塔勃、维诺格拉夫及意大利数学家庞皮艾黎都证明了 $(1+3)$;1966年5月,陈景润证明了 $(1+2)$ 。在外行人看来, $(1+2)$ 与 $(1+1)$ 仅仅是一步之遥。但王元说, $(1+2)$ 与 $(1+1)$ 的距离其实是很遥远的。已故数学家陈景润是吸收了全世界关于哥德巴赫猜想68年的成果,再加上自身的天才创造才把哥德巴赫猜想推

进了(1+2)水平上。王元以为,使用目前的数学方法是不可能解决哥德巴赫猜想的。以他个人的看法,估计几十年内哥德巴赫猜想不会有什么新进展:“200多年了,哥德巴赫猜想都没有被解开,因而再过几十年,甚至100年也不稀奇。”

研究哥德巴赫猜想有什么价值?其实徐迟先生在《哥德巴赫猜想》一文中就说过:大凡科学成就有这样两种,一种经济价值明显,可以用多少万、多少亿人民币来精确地计算出价值来的,叫做“有价之宝”;另一种就是在宏观世界、微观世界、宇宙天体、基本粒子、经济建设、国防科学、自然科学、辩证唯物主义哲学等等等等之中有这种那种作用,其经济价值无从估计,无法估计,没有数字可以计算的,叫做“无价之宝”……

哥德巴赫猜想:能骑自行车上月球吗?

徐迟在《哥德巴赫猜想》一文中描写陈景润第一次听到哥德巴赫猜想的情景时写道:“老师介绍了这一猜想后,学生吵吵嚷嚷地认为没什么了不起。第二天就有几个相当用功的学生给老师送来答案,宣称哥德巴赫猜想已经证明了。老师说:“你算了吧,白费这个劲干什么?们这些卷子我是看都不会看,用不着的。那么容易吗?你们想骑着自行车到月球上去。”

《哥德巴赫猜想》问世后的24年间,我国有难以计数的专业和业余数学爱好者如火如荼地加入了证明这一猜想的行列,中国科学院数学与系统科学研究院几乎每天都能接到声称自己证明了哥德巴赫猜想的信件或

电话,要求专家鉴定。全国各地都有,有的甚至不远万里地带着自己的草稿守在中科院数学与系统科学研究院门口,这份执著、这份痴迷确实让人为之动容。

有一天,中科院数学与系统科学研究院来了一位30多岁的妇女,自述高中毕业,说自己证明了哥德巴赫猜想,希望数学所鉴定一下。有关人员让她写成论文寄到专发数学论文的杂志去。但她却不止一次地来请求。据王元先生说,有许多人来信与他讨论哥德巴赫猜想,有的人还往他家里打电话讨论。更有甚者,有人不知怎么知道了王元家的地址,上门非要与王元讨论哥德巴赫猜想,搞得王元哭笑不得。

数学与系统科学研究院收到的关于哥德巴赫猜想的来信五花八门。武汉市的一位数学爱好者给数学所寄来了一封信,他仅用了普通信纸的14行就“证明”了哥德巴赫猜想,而陈景润证明(1+2)的论文有20多页呢;南京的一位数学爱好者在给数学所的信中这样写道:“过去我根本不敢碰哥德巴赫猜想,这几年倒有了兴趣,无事可做,搞点有钻头的东西,锻炼一下脑子也是好的。现在我把我的研究结论寄来,目的当然不是祈望成‘家’,只请你们在备忘录上记一笔,将来有那么一天,出来一个‘大权威’,他得出的结论与我的相似,你们可以证明一下:这个结论他不是第一个”。广东韶关市的一位数学爱好者在给数学与系统科学研究院的信中说他给某杂志寄出论文已8个月了,仍无结果,为使审稿工作简单明

了,作者愿出资委托贵院举办一个答辩会……

据中科院数学与系统科学研究院有关人士说,一段时间以来有些人连基本的知识都不具备,却宣称已证明出哥德巴赫猜想,这种现象反映了一些人急于求成的倾向,与求真唯实是背道而驰的。如1995年经济日报出版社,出版了一本书,书名叫《试证哥德巴赫猜想》。此书提出了一种方法,可称之为试验法。内容主要论点是两个:(1)作者提出哥德巴赫猜想的一个等价命题:任一自然数都有对称素数对。这当然是正确的,不容怀疑;(2)作者所使用的试验法以“自然数列中素数的分布是相对均匀的”这一命题为基础,这个命题其实是错误的。统计试验中的事件,其概率有大有小。如果把大概率的事件作为规律,小概率的事件作为例外而取消,这样产生的命题是不能成立的。

2000年某报记者报道了一条新闻《六旬老翁破解哥德巴赫猜想》。报道说作者从阴阳八卦的哲理中获得灵感。在新闻稿中提出下面两个命题:A、每个大于6的偶数都是两个素数之和。B、每个大于9的奇数都是三个素数之和。命题A就是哥德巴赫猜想,命题B就是作者使用的主要工具。作者证明这个难题的方法就是用命题B证明命题A。作者在此项研究中所犯的错误,是基于“20世纪20年代英国数学家高代等证明了命题B。”现在已查明,英国哈代与李特尔伍德于1923年研究过命题B,但未成功。

在这些人中,敢峰算是比较特殊的一位。说他特殊,不仅说

因为他已经 73 岁了，还因为他是一位颇有影响的老教育家，20 世纪 60 年代即以《人的一生应怎样度过》一书打动了无数年轻人。前不久，人民日报出版社出版的《教育世纪》第一辑又全文刊发了《直取“1+1”之探索——用演绎数论对哥德巴赫猜想的证明》（附有英语译文），引起关注。

敢老先生曾经花了二十七年的时间来证明地图四色定理问题，后来一个偶然的机，他又对“哥德巴赫猜想”产生了浓厚兴趣。他把论证哥德巴赫猜想比喻成爬山，上山的路总不会只有一条，最近两年时间，他集中精力论证。

敢峰用他称为“演绎数论”的方法进行论证的，他根据奇数序列中奇数 p 的相关合数 p 的出现和分布定则以及在所设定的 $x/2$ 数列中非“1+1”栏（“栏”指构成偶数的奇数对）的分布定则，确定了总体思路，然后进行数理演绎，终于在 2001 年 1 月得出了研究结论，并写出了论文。他坚信他的证明是成功的，并希望国内外数学界人士对他的证明论文进行研究。敢峰的“演绎数论”，按一般的理解，就是用公理法来研究数论，或者说在公理组的基础上演绎出数论的全部定理。

我写这篇文章起因是因为认识一个人，他叫余赤求，是重庆市梁平县福禄镇中学的数学教师。他用了 20 多年的时间专心致志的钻研哥德巴赫猜想。余赤求先生说自己一生曲折坎坷：幼年因病死而复生；少年遇三年自然灾害差一点儿饿死；而立之年被屈打成反革命，关押三年，

剥夺了升学权，险些冤死狱中；不惑之年遭地痞杀人嫁祸，家被抢砸，反被收审；知天命之年与癌病作顽强不屈的斗争……就是在这颠簸红尘中，他仍潜心研究哥德巴赫猜想，1976 年，“四人帮”倒台后，以“现行反革命罪”、“四人帮帮派骨干”等罪名被抓进了看守所。在失去人身自由的日子里，自然是丧失了上大学的机会。在“放风”时，他捡到了一张《人民日报》，报上刊登有徐迟那篇报告文学《哥德巴赫猜想》并被深深地吸引，他一连看了好几个小时。

象一道闪电，照亮了黑暗的夜空。“自然科学的皇后是数学，数学的皇冠是数论，哥德巴赫猜想则是皇冠上的明珠”。攻克了哥德巴赫猜想，无疑可以为国争光，长民族志气。从此，开始了他的“摘珠”（意指摘取数学皇冠上的“明珠”的冲刺）。

盲人骑瞎马，既无资料，又无人指导，一个高中生要在未知领域中驰骋，去攻克世界超级难题，说说倒还可以，认真地做起来，谈何容易。在概念、数字、演算、推理、抄写中，余赤求度过了近三年牢狱生活，仅仅找到了“表质数的特殊公式”。

1980 年，余赤求平反出狱，且幸运地参加了梁平县“民转公”考试，在 600 多名参考队伍中，他以优异的成绩跻身公办教师的行列。随后，他来到福禄镇初级中学成为一名数学教师。这时，“向科学进军”的号召在全国惊雷般响起，余赤求更加如痴如迷地“摘珠”。

除了正常的教学和家务外，他将自己的业余时间全部用在了思考、演算上。余赤求自感成

竹在胸，只要拿起纸和笔，满脑子便被定律、公式、数据充塞。有时夜深人静，他还在冥思苦想，在某个推理似乎明白而又表述不清楚时，他急火攻心，狂怒无比，仿佛五脏六腑都要爆炸，捶胸顿足，状如疯癫……妻子惊醒过来，嗔怪说：“不当吃不当穿的几个数学符号，值得你糟践自己的身体么？睡吧？”但他似未听见，仍然沉迷于问题思索之中。

在以后的几年，走火入魔般地思索求证使余赤求身体衰弱了，疾病乘虚而入，他患上了萎缩性胃炎、胸膜炎和肺结核。不仅如此，屋漏偏遇连夜雨，1988 年 8 月，被人诬告杀人，被收审了 3 个月。在关押期间，余赤求仍潜心研究哥德巴赫猜想。他呕心沥血 20 年，取得了两项成果，一项是推导出了每个大的偶数可以写成的两个质数和的式子数目的下限表计示公式。另一项是证明了《两自然数和或差为质数的判定》、《恒表质数定理》等有关数学论文。1998 年他的论文《哥德巴赫猜想证明》、《 $\pi(N)$ 的上下确界及其近似值》在《涪陵师专学报》、《中国当代数学家与数学英才大辞典》上发表，并在重庆三峡学院网上发布。1999 年，经专家教授评审，《 $\pi(N)$ 的上下确界及其近似值》被重庆市科协于 2000 年 3 月 17 日评为 B 等优秀论文。然而，余赤求在请求鉴定过程中屡遭挫折。余赤求认为要推翻他的摘珠、恒表质数等公式唯有指出其他证明之论据、推理、计算的错误或者举出反例。但是，数学界权威以“文理不通、方法初等，什么也未证明”等意见予以否定，并不承认所有的公式的存在。

中国科学院数学研究所多次召开新闻发布会, 宣称骑牛登不上月, 以弓箭打不赢海湾战争。民间数学爱好者们解答不了哥德巴赫猜想, 因为他们使用的工具不行, 太原始落后。余亦求认为据此断言哥德巴赫猜想解决不了, 则大错特错了。他告诉我: 把一个大的偶数表成两个自然数的和, 只有四种情形: (一) 两个和数和; (二) 两个质数和; (三) 一个质数与一个合数和; (四) 1 与一个质数或与一个合数和。从中去掉所有有合数的式子, 有余式, 则哥德巴赫猜想成立。这里出现了两大问题: 一是那些式子里有合数? 二是有合数的式有多少? 问题一可以说是人们熟视无睹, 问题二运用现有的数学方法根本不能求计, 有待于计算方法技术的革新进展。余亦求还认为这个问题的实质是求计自然数集中的质数、合数的数的数目, 不能求计出准确的数目, 改求出上下限即可以实现计算技术方法的革新进展。

余亦求说他探索二十多年, 终于发现了有合数的式子之排列规律; 改进了计算技术方法, 实现了工具革命, 推导出了每个大的偶数可以表成两个质数和之式数的下限表计公式 (简称摘珠式), 为最终摘取数学皇冠上的明珠奠定了基础。他在探讨另一种方法进攻哥德巴赫猜想的过程中, 发现并证明了恒表质数公式。据介绍, 这也是一个高难度数论难题。几百年来, 全世界许多优秀数学家都未能找到表质数公式, 连表示部分的也没有。余亦求挺自信地说, “我揭开了哥德巴赫猜想的奥秘! 他推导出的质数数目的下限表计公式、

摘珠式、恒表质数公式不仅形式优美、表计较为简捷, 而且成立无疑 (目前还没有一个反对者能举出反例) 并且证明不会有致命的错误。可能存在文字技术上的错误, 他相信历史终会作出客观、公正的评判。我们看了余亦求先生寄来的有关哥德巴赫证明的论文和我们之间交谈后, 决意要发表, 以便引起社会的争鸣。不为别的, 只因他用 20 年的“青春年华”来做一件事的痴迷追求精神令人感动。人的一生有多少个 20 年? 我们提不出反驳意见, 我们选登余文一部分以引起学术争鸣和讨论。因为科学研究允许讨论。不知我们的目的能否达到?

百万美元烤热“哥德巴赫猜想”

在谈到为何现在如此多的非数学专业人士也热衷于钻研哥德巴赫猜想时, 数学与系统科学研究院科研处陆处长分析说: “这主要是由于哥德巴赫猜想问题的叙述本身比较简单, 甚至连小学生也能听懂。所以, 很多人自认为可以深层次探讨, 甚至可以证明。此外, 英美两家出版社合办了一次巨奖悬赏, 若谁能最快提供论证, 证明‘任何大偶数皆是两个素数之和’, 即可获得 100 万美元奖金, 截止日期定在 2002 年 3 月 20 日。所以, 也不排除巨额奖金的吸引。”

为什么“1+1”问题会吸引如此多的爱好者来研究? 中国现在“哥德巴赫猜想”研究的进展如何? 业余研究者的论证有无价值?

陆处长告诉记者, 虽然哥德巴赫问题的叙述本身比较浅显, 但并不是说任何人都能够证明

它。恰恰相反, 它的证明很难, 这从到目前为止世界上任何数学家都未能证明它可以看出。目前人类对哥德巴赫猜想的研究, 自陈景润证明了 $1+2$ 之后, 在此方向上没有超越者。数学家们现在也正在思索是不是应该另辟途径。

对于具备什么样的知识才能研究哥德巴赫猜想这一问题, 陆处长说这不能一概而论, 但是认为“只需运用中学阶段的数学知识就可解决哥德巴赫猜想”是荒谬的。一般认为, 要求有相当扎实的数学功底, 数学系的研究生毕业, 钻研数论, 对哥德巴赫猜想的相关研究比较了解等等。

王元院士认为, 大家都来参与这件事就会使这件事情本身陷入一种无序的发展。事实上, 由于年龄和精力的关系, 王元院士现在已经很少参与到论证的具体工作中。

难道这些非数学专业人士的研究对哥德巴赫猜想的证明没有任何帮助和启发吗? 陆处长说, 至少从目前来看, 是没有任何帮助的。似乎目前世界数学界公认, 利用现有的数学理论及工具根本无法证明哥德巴赫猜想, 要想解决必须寻找到新的理论和工具。

据介绍, 现在数学研究院里专门从事数论研究的专家只有三四个, 现在没有专家专门研究 $(1+1)$ 。由于每天都会有人来要求鉴定“哥德巴赫猜想”的证明, 这些专家有自己的研究工作, 不可能有精力和时间花在这方面, 所以院里对待这件事的态度是: 概不接待。一方面是民间对哥德巴赫猜想的不断猜测, 另一方面却是科研院所对此的应接不

暇。因此而闹出的不愉快越来越多，如何疏导这些民间思潮而又不影响专家的日常工作？这个问题已经越来越迫切地摆在整个社会的面前。

北大数学系的一位教授建议道：“一些人业余从事研究，是值得肯定的，起码说明大家都对科学很感兴趣，这会培养整个社会良好的学习氛围。所以，可以设一个专门的咨询机构。”陆处长也认为，设立这样一个机构，起码可以让这些数学爱好者的研究结果有地方去消化、交流，或许他们自己交流以后，能指出对方的一些错误。陆处长最后说：“哥德巴赫猜想”是一项基础研究，不会在生产生活中直接看到它的应用，但并不能因此否认这项研究的价值，如果一旦被证明出来，就像爱因斯坦的“相对论”一样，谁也无法预料会在以后的研究中产生如何重大的作用。不过，他也提到，他接触到的一些人里，就有对哥德巴赫猜想着了魔，废寝忘食，昼夜不舍，结果非但研究没任何结果，也影响了自己的本职工作。“爱好数学，爱好研究是件好事。可以利用业余时间动动脑筋，自得其乐。千万不能钻牛角尖。”如果有可能的话，这些研究哥德巴赫猜想的人可以先在一起讨论，去伪存真。一个数学工作者向沉湎于其中的业余研究者提出的忠告。

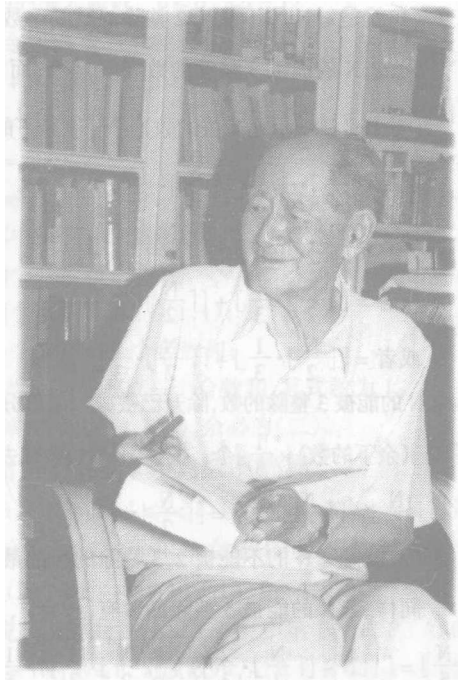
面对如火如荼的民间哥氏猜想热潮，有关人士说，著名科学家钱学森院士有一句名言：没有千万次错误，就登不上真理的宝座。如果有关部门组织专家学者，把数十麻袋错误稿件，加工分析整理出版，命名为《悖论大

全》。这将是一本有价值的优秀科普著作，让广大读者们得到提高、走出误区、受到教益。这是科学家们殷切的希望。也许，《悖论大全》出版之日，就是哥德巴赫猜想圆满解决之时。

我认为不加分析地批评“证明”现象，似乎不太妥当。其一，数学家陆柱家说得好，陈景润去世后，哥氏猜想在采用新方法之前，是不可能被证明的。那么，有些复杂问题换一个方式思考，也许就变得简单。所谓“新方法”不就是改变思路吗？大数学家沈元批评中学生证明哥氏猜想是“骑着自行车去月球，”如果陈景润乘的是超音速飞机，有人会不会用宇宙飞船呢？其二，专家们一再强调，证明哥氏猜想，一定有正规高等数学专业教育基础，这十分正确。但是什么事似乎都不能一概而论。华罗庚不也是自学出身？科学史上的重大发明，一开始被人们所忽视，或被权威压制之事，也不是没有。其三，德国大数学家欧拉在给哥德巴赫的信中说：“这一猜想，虽然我不能证明它，但是我确信无疑地认为这是完全正确的定理。”我们不是不可知论者。猜想既然“完全正确”，总有一天会有人把它证出来吧。陈景润去世了，此后的大数论专家证不出来或不去证，那么又由谁证呢？《中国青年报》编辑在给敢峰文章写的“编后语”中说：“对创新意识和创新思维，我们要了解它，反映它，研究它。看它是否符合实际和有道理。在未知领域，我们尊重权威，也支持探险。”我认为“探险”这个词用得

好。当然没有探险本事的同志还是不要光凭勇气乱“探”。总之，对待严肃的科学问题，不讲科学、瞎起哄、是要不得的；而完全漠视探索，也不是科学的态度。

让我们来再一次地去回味一下徐迟在《哥德巴赫猜想》一文里讴歌陈景润证明 $(1+2)$ 中的一段诗一般的语言：何等动人的篇页！这些是人类思维的花朵。这些是空谷幽兰、高寒杜鹃、老林中的人参、冰山上的雪莲、绝顶上的灵芝、抽象思维的牡丹。这些数学的公式也是一种世界语言，学会这种语言就懂得它了。这里面贯穿着最严密的逻辑和自然辩证法，它可以解释太阳系、银河系、河外系和宇宙的秘密，原子、电子、粒子、层子的奥妙，但是能升登到这样高深的数学领域去的人不多。文章写到这里我要说无限风光在险峰，只有不畏艰难困苦的人，才有希望登上峰巅迎接成功的到来，那么谁能摘取数学皇冠上的明珠呢？□



晚年徐迟