总分	

学校________ 姓名________ 参赛证号

密封线内请勿答题

第二十一届华罗庚金杯少年数学邀请赛

决赛试题（初一组）

（时间: 2016 年 3 月 12 日 10:00～11:30）

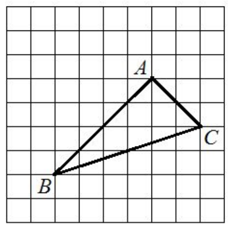
一、填空题（每小题 10 分, 共 80 分）

1. 已知 n 个数 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，每个数只能取 0, 1, -1 中的一个. 若

$x_1+x_2+\cdots+x_n=2016$，则 $x_1^{2015}+x_2^{2015}+\cdots+x_n^{2015}$ 的值为________.

2. 某停车场白天和夜间两个不同时段的停车费用的单价不同. 张明 2 月份白天的停车时间比夜间要多 40%，3 月份白天的停车时间比夜间要少 40%. 若 3 月份的总停车时间比 2 月份多 20%，但停车费用却少了 20%，那么该停车场白天时段与夜间时段停车费用的单价之比是________.

3. 在 9×9 的格子纸上，1×1 小方格的顶点叫做格点. 如右图，三角形 ABC 的三个顶点都是格点. 若一个格点 P 使得三角形 PAB 与三角形 PAC 的面积相等，就称 P 点为“好点”. 那么在这张格子纸上共有________个“好点”.



4. 设正整数 x, y 满足 $xy-9x-9y=20$，则 $x^2+y^2=$________.

5. 甲、乙两队修建一条水渠. 甲先完成工程的三分之一，乙后完成工程的三分之二，两队所用的天数为 A；甲先完成工程的三分之二，乙后完成工程的三分之一，两队所用天数为 B；甲、乙两队同时工作完成的天数为 C. 已知 A 比 B 多 5，A 是 C 的 2 倍多 4. 那么甲单独完成此项工程需要________天.

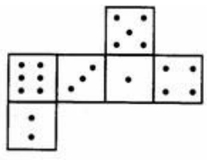
6. 已知 $x+y+z=5$，$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=5$，$xyz=1$，则 $x^2+y^2+z^2=$________.

7. 关于 x, y 的方程组

$$\begin{cases}\frac{1}{2}x+y=a\\ |x|-y=1\end{cases}$$

只有唯一的一组解，那么 a 的取值为________.

8. 右图是一个骰子的展开图，每个面是一个单位正方形．用四个骰子粘成一个$2\times2\times1$的长方体放到桌面上，要求每两个粘在一起的面上的“点数”相同．长方体放到桌面上的六个面分别记为上、下、左、右、前、后六个面，两个长方体不同是指对应六个面的“点”的拼图不同．不考虑长方体的旋转，共可以粘出________种不同的长方体．

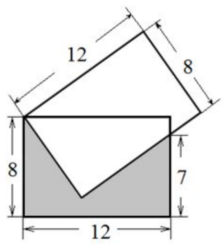


二、解答下列各题（每题 10 分，共 40 分，要求写出简要过程）

9. 在恰有三条边相等的四边形中，有两条等长的边所夹的内角为直角．若从该直角顶点引出的对角线恰好把这个四边形分成两个等腰三角形，求该直角所对的角的度数．

10. 围着一张可以转动的圆桌，均匀地放着 8 把椅子，在桌子上对着椅子放有 8 个人的名片．这 8 个人入座后，将圆桌顺时针转动，第一次转$45°$，从第二次开始，每次转动比上一次多转$45°$．每转动一次，当某人对着自己的名片时，取走自己的名片．如果入座时谁都没有对着自己的名片，那么桌子至少转多少度才能保证所有入座可能的情况下 8 个人都拿到了自己的名片？

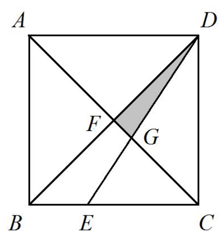
11. 两张8×12的长方形纸片重叠地放置，有一个顶点重合，尺寸如右图所示．问图中阴影部分的面积是多少？



12. 证明：对任何非零自然数 n，$n^3+\dfrac{3}{2}n^2+\dfrac{1}{2}n-1$都是整数，并且用 3 除余 2．

三、解答下列各题（每小题 15 分，共 30 分，要求写出详细过程）

13. 如右图，$ABCD$ 是正方形，F 是其两条对角线的交点，E 在 BC 边上，$BE:EC=1:2$，DE 与对角线 AC 的交点为 G，三角形 DFG 的面积等于 2．求正方形 $ABCD$ 的面积．



14. 排成一行的学生，从左到右 1 至 3 报数，最后一个人报 2．从右到左 1 至 m 报数，最后一个人报 1，这里 m 与 3 互质．现凡报过 1 的学生出列，其余原地不动，共留下 62 名，其中只有 21 对学生原来相邻．问原来有多少名学生？m 的值是多少？