华罗庚金杯 少年数学邀请赛
HUA LUOGENG GOLDEN CUP JUVENILE MATHEMATICS INVITATIONAL COMPETITION

总分	

学校________ 姓名________ 参赛证号________

密 封 线 内 请 勿 答 题

第二十一届华罗庚金杯少年数学邀请赛

决赛试题（初二组）

（时间: 2016 年 3 月 12 日 10:00～11:30）

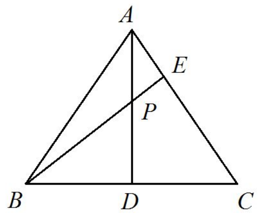
一、填空题（每小题 10 分, 共 80 分）

1. 设 a, b 是不小于 3 的实数, 则 $\sqrt{a-2}+\left|2-\sqrt{b-2}\right|$ 的最小值是________.

2. 用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 设 $S=\left[\sqrt{1}\right]+\left[\sqrt{2}\right]+\left[\sqrt{3}\right]+\cdots+\left[\sqrt{99}\right]+\left[\sqrt{100}\right]$,

那么 $\sqrt{S}$ 等于________.

3. 如右图, 在等腰三角形 ABC 中 $AB=AC$, AD 垂直 BC 于点 D, BE 垂直 AC 于点 E, AD 与 BE 交于点 P, $BP=3$, $PE=1$, 那么三角形 BDP 的面积是________.



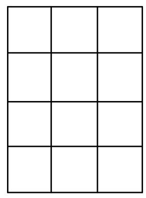
4. 某停车场白天和夜间两个不同时段的停车费用的单价不同. 张明 2 月份白天的停车时间比夜间要多 40%, 3 月份白天的停车时间比夜间要少 40%. 若 3 月份的总停车时间比 2 月份多 20%, 但停车费用却少了 20%. 那么该停车场白天时段与夜间时段停车费用的单价之比是________.

5. 将一个三位数的十位和百位上的数字交换后得到一个新数, 新数与原数之和再加上 60 后刚好是一个完全立方数. 那么原数的三个数字之和的最大值是________.

6. 在方程 $\frac{2}{x-2}+\frac{4}{x-4}+\frac{6}{x-6}+\frac{8}{x-8}=x^2-5x-4$ 的实数解中, 最大的是________.

7. 当 x, y 为整数时, 多项式 $6x^2-2xy^2-4y-8$ 的最小正值是________.

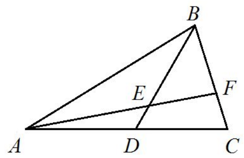
8. 右图是4×3的长方形网格，由相同的小正方形构成. 将其中8个小正方形涂上灰色，要求每行每列都有涂色的小正方形. 经旋转后，两种涂色的网格相同视为相同的涂法，那么有________种不同类型的涂色方式.



二、解答下列各题（每题 10 分，共 40 分，要求写出简要过程）

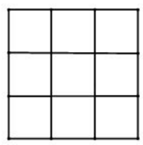
9. 化简 $\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}+\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}$.

10. 如右图，在△ABC的边BC上取点F，使得线段AF交中线BD于点E，且$AE=BC$. 证明：$BF=FE$.



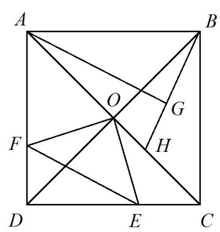
11. 已知整系数多项式x^3+ax^2+bx+c，当$x=a$，$x=b$时，它的值分别为a^3，b^3，并且a, b, c为互不相等的非零整数，试求$a+b+c$的值.

12. 如右图，边长为 3 的正方形均分成3×3的方格，每个方格的顶点叫做格点. 以格点为圆心，半径为 1 画圆，至少要画多少个圆才能盖住这个正方形？



三、解答下列各题（每小题 15 分，共 30 分，要求写出详细过程）

13. 如右图，在正方形$ABCD$中，F和E分别在边AD和边DC上移动，且$\angle FOE=90°$，$\angle CAG=\angle OBH=\frac{1}{3}\angle CAB$. 如果$EF\geq\frac{\sqrt{2}}{2}$，求$GH+\sqrt{2}OH$的最小值.



14. 已知$S_0=5$，对于任意的自然数k，$S_{k+1}=\frac{k+3}{k+1}S_k-\frac{5}{k+1}$，求$S_{100}$.